| Correction | $2^{nde}$ – **Evaluation 2**<br>*Chapitre : Ordre. Valeur absolue .* | 1 |
|---|---|---|

**I. Ordre et comparaison** *Comparer dans chaque cas, sans calculatrice, les nombres* **a** *et* **b**. *( 1,5 points )*

**1.** **a** = $\frac{1}{\sqrt{2}}$ et **b** = $\frac{7}{10}$ : je compare les carrés de ces deux nombres positifs : $\mathbf{a^2} = \frac{1}{2} = \frac{50}{100}$ et $\mathbf{b^2} = \frac{49}{100}$ ;

comme **a** et **b** sont positifs et $\mathbf{a^2 > b^2}$ alors **a > b** c'est-à-dire $\frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{7}{10}$ .

**2.** **a** = $135 \times 10^{-25}$ et **b** = $2,1 \times 10^{-23}$ : je remarque que **a** = $1,35 \times 10^{2} \times 10^{-25} = 1,35 \times 10^{-23}$
comme $1,35 < 2,1$ ( j'obtiens en multipliant chaque membre par $10^{-23} > 0$ ) $1,35 \times 10^{-23} < 2,1 \times 10^{-23}$ donc **a < b** .

**3.** **a** = $4 - 2\sqrt{3}$ et **b** = $7 - 3\sqrt{3}$ : pour comparer **a** et **b**, j'étudie le signe de la différence **b – a** ;
**b – a** = $3 - \sqrt{3}$ comme **b – a** > 0 alors **b > a** c'est-à-dire $7 - 3\sqrt{3} > 4 - 2\sqrt{3}$ .

**II. Passage au carré, à la racine carrée, à l'inverse** *Dans chaque cas, trouver un encadrement de* **A** *, lorsque* $x$ *satisfait la condition indiquée.* *( 2 points )*

**1.** **A** = $x^2 + 1,25$ *avec* $\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}$

$\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}$ donc $\frac{1}{4} \leq x^2 \leq \frac{9}{4}$

et $\frac{1}{4} + 1,25 \leq x^2 + 1,25 \leq \frac{9}{4} + 1,25$ ainsi $\mathbf{1,5 \leq A \leq 3,5}$

**2.** **A** = $\frac{1}{x} - \sqrt{2}$ *avec* $\frac{1}{4} < x < \frac{1}{2}$

$\frac{1}{4} < x < \frac{1}{2}$ donc $4 > \frac{1}{x} > 2$

et $4 - \sqrt{2} > \frac{1}{x} - \sqrt{2} > 2 - \sqrt{2}$ ainsi $\mathbf{2 - \sqrt{2} < A < 4 - \sqrt{2}}$

**3.** **A** = $\sqrt{x} + 4$ *avec* $4 < x < 8$

$4 < x < 8$ donc $\sqrt{4} < \sqrt{x} < \sqrt{8}$
et $\sqrt{4} + 4 < \sqrt{x} + 4 < \sqrt{8} + 4$
ainsi $\mathbf{6 < A < 2\sqrt{2} + 4}$

**4.** **A** = $-3\sqrt{x}$ *avec* $0 < x < 25$

$0 < x < 25$ donc $\sqrt{0} < \sqrt{x} < \sqrt{25}$
et $-3 \times 0 > -3 \times \sqrt{x} > -3 \times 5$
$0 > -3\sqrt{x} > -15$
ainsi $\mathbf{-15 < A < 0}$

**III. Inéquations et encadrements** *( 1,5 points )*

**1.** *Résoudre et donner l'ensemble solution*

$\frac{x+1}{3} \leq \frac{2x-3}{2}$ équivaut à $2(x+1) \leq 3(2x-3)$ c'est-à-dire $2x + 2 \leq 6x - 9$

$-4x \leq -11$ finalement $x \geq \frac{-11}{-4}$ soit $x \geq \frac{11}{4}$

$\mathbf{S} = \left[ \frac{11}{4} ; +\infty \right[$

**2.** *On donne* $3 < x < 5$ *et* $-3 < y < -1$ *encadrer* $xy$ *puis* $\frac{y}{x}$

$-3 < y < -1$ signifie $3 > -y > 1$ ou encore $1 < -y < 3$
comme $\underline{3 < x < 5}$
j'obtiens par multiplication $3 < -xy < 15$ ainsi $-3 > xy > -15$ et finalement $\mathbf{-15 < xy < -3}$

de même

$3 < x < 5$ signifie $\frac{1}{3} > \frac{1}{x} > \frac{1}{5}$ ou encore $\frac{1}{5} < \frac{1}{x} < \frac{1}{3}$
comme $\underline{1 < -y < 3}$
j'obtiens par multiplication $\frac{1}{5} < \frac{-y}{x} < 1$ ainsi $\frac{-1}{5} > \frac{y}{x} > -1$ et finalement $\mathbf{-1 < \frac{y}{x} < \frac{-1}{5}}$

**IV. Comparaison de a, $a^2$ et $a^3$ lorsque $a \geq 0$** *( 1 point )*

**1.** *Comparer, sans calculatrice :* $\left(3-\sqrt{3}\right)^2$ et $\left(3-\sqrt{3}\right)^3$

$\sqrt{3} < 2$ donc $-\sqrt{3} > -2$ et $3-\sqrt{3} > 1$

Par suite $\left(3-\sqrt{3}\right)^3 > \left(3-\sqrt{3}\right)^2$

**2.** $x$ *est un réel tel que :* $0,1 < x < 0,2$

*On pose* $\mathbf{A} = 2-5x$ *.Comparer les nombres* $\mathbf{A}$, $\mathbf{A^2}$ *et* $\mathbf{A^3}$ .

$0,1 < x < 0,2$ donc $-0,5 > -5x > -1$

et $2-0,5 > 2-5x > 2-1$ ainsi $2-5x > 1$

comme **A > 1** , je peux écrire : **A < $\mathbf{A^2}$ < $\mathbf{A^3}$ .**

**V.** *Résoudre à l'aide d'un tableau de signes et donner l'ensemble solution* *( 4 points )*

**1.** $(-x+2)(3x-5) > 0$

$-x+2$ positif pour $-x \geq -2$ soit $x \leq 2$

$3x-5$ positif pour $3x \geq 5$ soit $x \geq \frac{5}{3}$

| $x$ | $-\infty$ | | $\frac{5}{3}$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $-x+2$ | | + | | + | 0 | − | |
| $3x-5$ | | − | 0 | + | | + | |
| $(-x+2)(3x-5)$ | | − | 0 | + | 0 | − | |

$$\mathbf{S} = \left]\frac{5}{3}\,;\,2\right[$$

**2.** *Factoriser puis résoudre :* $x^2-9+2(x-3) \geq 0$

$$\underline{(x-3)}(x+3)+2\underline{(x-3)} \geq 0$$

$$(x-3)(x+5) \geq 0$$

| $x$ | $-\infty$ | | $-5$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x-3$ | | − | | − | 0 | + | |
| $x+5$ | | − | 0 | + | | + | |
| $(x-3)(x+5)$ | | + | 0 | − | 0 | + | |

$$\mathbf{S} = \left]-\infty\,;\,-5\right] \cup \left[3\,;\,+\infty\right[$$

**3.** $\dfrac{x}{x-3} \leq 0$ je résous cette inéquation pour $x \neq 3$

$x$ positif pour $x \geq 0$

$x-3$ positif pour $x \geq 3$

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | | − | 0 | + | | + | |
| $x-3$ | | − | | − | 0 | + | |
| $\dfrac{x}{x-3}$ | | + | 0 | − | ‖ | + | |

$$\mathbf{S} = \left[0\,;\,3\right[$$

**4.** $\dfrac{-3x+1}{x-2} < 0$ je résous cette inéquation pour $x \neq 2$

$-3x+1$ positif pour $-3x \geq -1$ soit $x \leq \frac{1}{3}$

$x-2$ positif pour $x \geq 2$

| $x$ | $-\infty$ | | $\frac{1}{3}$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $-3x+1$ | | + | 0 | − | | − | |
| $x-2$ | | − | | − | 0 | + | |
| $\dfrac{-3x+1}{x-2}$ | | − | 0 | + | ‖ | − | |

$$\mathbf{S} = \left]-\infty\,;\,\frac{1}{3}\right[ \cup \left]2\,;\,+\infty\right[$$